

オルバースのパラドックスについて

吉岡 一男^{*1)}

A Study of Olbers' Paradox

Kazuo YOSHIOKA

ABSTRACT

Why is it dark at night? This question had worried some astronomers since it was pointed out in the seventeenth century, that a night sky should be far brighter than the present sky in the daytime, if fixed stars continue shining and they are distributed in the universe without end. This is called Olbers' paradox. Astronomers advanced various opinions to resolve the paradox, for example, a finite universe, an island universe, a hierarchical universe, and an absorption in interstellar space.

At present, the paradox is considered to be resolved by the expanding universe which obeys Hubble's law. The paradox, i.e., resolved by two effects which follow as a result of the expanding universe: 1) The universe has a finite age; 2) Both the number density of photons and their energy are lowered.

The descriptions of Olbers' paradox in popular science books contain many problems. Some historical descriptions are incorrect, and some descriptions concerning the resolution of the paradox are incorrect or cause misunderstanding. Moreover, no book describes the fact that the finite age of the universe is much effective than the other effect in lowering the brightness of night sky.

It is pointed out that the paradox can be resolved by the finite age of fixed stars without the expansion of the universe, though the expanding universe gives a persuasive explanation why many fixed stars shine presently. Furthermore, it is pointed out that an establishment of a theory is necessary for a recognition of a paradox.

要 旨

夜空が何故暗いか? という疑問が17世紀に指摘されて以来, 一部の天文学者を悩ましていた. それは, 恒星が宇宙空間に無限に広がって輝いているならば夜空が昼間よりもはるかに明るいことになる, という現実とは異なる結論が導かれるからである. これをオルバースのパラドックスという. それを回避するために, 宇宙有限説, 孤立宇宙説, 無限階

*1) 放送大学助教授 (自然の理解)

層説、吸収説など様々な説が唱えられた。しかし、いずれの説も成り立たないことがわかった。

現在、ハッブルの法則に従う宇宙の膨張によりこのパラドックスが回避されると考えられている。すなわち、宇宙の膨張から帰結される宇宙年齢の有限性と宇宙の膨張に伴う膨張効果（ドップラー効果と希釈効果）によりパラドックスは回避される。

しかし、通俗書に書かれているパラドックスの記述には、歴史の記述が不正確であったり、パラドックスの回避の説の記述が誤解を招いたり誤っている本が見られる。また、宇宙年齢の有限性の効果の方が膨張効果よりも圧倒的に効くのにその記述も見られない。

一方、宇宙の膨張を持ち出さなくても恒星の寿命が有限で空間密度が低いことでパラドックスを回避できる、と考えることもできるが、その場合も現在恒星が輝いていることの自然な説明を宇宙の膨張が与えることを指摘した。また、パラドックスが認識されるためには、背景となる理論が確立されている必要のあることも指摘した。

1. はじめに

夜空が暗いことは、現在当たり前のこととして受け入れられている。しかし、かつては一部の天文学者たちは、夜空が暗い理由を説明できなくて悩んでいた。それは、宇宙に存在する恒星の空間分布や明るさについて不自然とは思われないいくつかのことを前提にすると、夜空が昼間の現実の明るさよりもはるかに明るい、ということが導かれるからであった。いくつかの前提から「夜空が昼間よりもはるかに明るい」という現実と反する結論が導かれることをオルバースのパラドックスという。

現在、オルバースのパラドックスは解決されており、その鍵を宇宙の膨張が握っている。

オルバースのパラドックスは、夜空の暗さという誰でも馴染みのあることに関わっており、また、宇宙の膨張と結びついているので、人々の興味をそそる題材である。そのため、このパラドックスは、通俗書にもしばしば記載されている。

しかし、通俗書では記述が不正確であったり、誤解を招く場合も見られる。また通俗書における記述の問題の他にも、このパラドックスはいろいろ考えさせられる点を含んでいる。本論ではオルバースのパラドックスを概説し、さらに通俗書における記述の問題点やパラドックス自身に関わる問題点について、筆者の考えを記す。

2. パラドックスの導出

宇宙は一般相対性理論に基づく一様等方なモデルで表される、と現在考えられている。したがって、宇宙全体に及ぶスケールの記述には、一般相対性理論の式を用いなければならない。しかし、オルバースのパラドックスが初めて話題になった当時は一般相対性理論は知られておらず、古典物理学に基づく議論によりパラドックスは導出された。また、パラドックスの本質は古典物理学で十分理解できるので、ここでは古典物理学に基づいて議論を進め、必要に応じて相対性理論の知識を導入する。

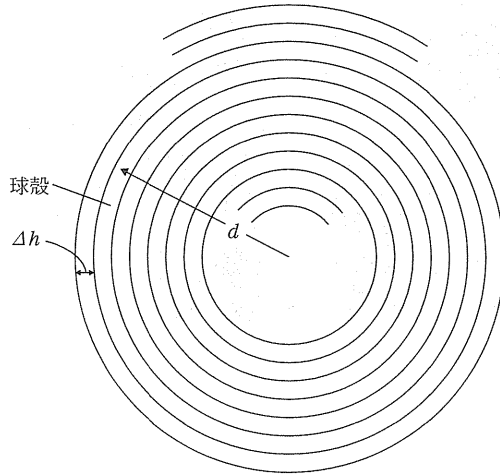


図1 オルバースのパラドックスの導出 (その1)

オルバースのパラドックスは、次の3つのことを前提に導かれる。

- ① 恒星は宇宙空間内に無限に広がる。
- ② 恒星の空間密度は場所に依らず一定である。
- ③ 恒星の光度は場所や時間に依らず一定である。

ここで光度とは、恒星が単位時間に表面全体から放つ放射エネルギーを意味する。これらの前提の内、②と③は厳密に成り立つ必要はない。たとえば、恒星の空間密度は全く一定である必要はなく、高い場所や低い場所があっても構わない。宇宙全体のスケールで見れば一様であればよい。③も同様で、すべての恒星の光度が一定である必要はなく、光度の大きい恒星や小さい恒星があっても構わない。恒星の光度の平均値が場所によって異なったり時間とともに増減したりせずに、ほぼ一定の値を保っていればよい。これらのことは、以下で説明するパラドックスの導出を理解すれば明らかであろう。しかし、以下では簡単のために、以上の3つの前提が厳密に成り立つものとして議論を進める。

さて、通俗書では以上の3つの前提から次のようにしてパラドックスが導かれるのが普通である。すなわち図1に示されているように、われわれを中心とする等しい厚さ Δh の球殻に宇宙を分割して考える。ここで恒星の光度を L 、その空間密度を ρ とすると、たとえば距離 d の球殻に含まれる恒星の数は $4\pi d^2 \Delta h \rho$ (π は円周率) なので、この球殻に含まれる恒星の光度の和は

$$4\pi d^2 \Delta h \rho L \tag{1}$$

である。一方、一般に物体の明るさ(物体に垂直な面の照度)は物体までの距離の2乗に反比例するので、われわれが感知するこの球殻の明るさは、(1)の値を d^2 で割った次の値に比例する。

$$4\pi \Delta h \rho L \tag{2}$$

夜空の明るさは、(2)に比例する値をすべての球殻にわたって加えれば得られる。ところが、前述の前提②と③により ρ と L の値はすべての球殻で等しいので、(2)の値は球殻によらず

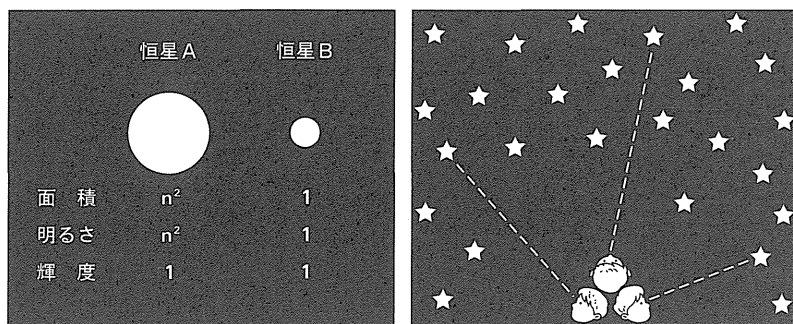


図2 オルバースのパラドックスの導出 (その2)

一定である。さらに前提①により加えるべき球殻は無数個ある。したがって、夜空の明るさは 無数個×一定値 に比例することになり、無限大の明るさをもつことになる。

以上が通俗書で普通見られるパラドックスの導出の過程である。ここでは、前提①～③の他に「物体の明るさが距離の2乗に反比例する」という物理法則（逆2乗則）も用いられていることに注意されたい。なお、われわれが地上に居る場合には地平線下の恒星は見えないので、われわれが個々の球殻内の恒星から受け取る明るさは(2)の半分の値に比例することになるが、結論は変わらない。

より洗練された導出では、すべての球殻の恒星の光がわれわれに達するわけではない、ことを考慮することで夜空が無限大の明るさになることを避けている。すなわち前景に恒星がある場合には、背景の恒星の光は遮られてわれわれには達しない。したがって、夜空の明るさは(2)に比例する値を無限個加えるのではなく、(2)の内、前景の恒星により遮られない恒星のみの寄与を加えなければならないのである。その夜空の明るさがどうなるかは、むしろ次のような議論から導かれる。

図2の左図に示されているように、半径と光度の等しい2個の恒星AとBがそれぞれある距離とその n 倍の距離にあったとする。両恒星の視半径がある程度以下（実際の恒星ではその条件は十分に満たされている）ならば、視半径は距離に反比例するので、天球上に投影された面積は距離の2乗に反比例する。したがって、天球上に投影された恒星Aの面積は恒星Bの n^2 倍になる。一方、恒星の明るさは距離の2乗に反比例するので、恒星Aの明るさも恒星Bの n^2 倍になる。そこで、天球上に投影された単位面積当たりの明るさ（輝度）は、恒星AとBで等しいことになる。この結果は一般的に言えるので、（前提③により）恒星の輝度は距離によらず等しいことになる。一方、図2の右図に示されているように、われわれが夜空のある方向を眺めると、前提①と②によりその視線方向はいずれも恒星にぶつかる。これがどの方向にも言えるので、夜空は恒星に覆われて見えることになる。そして、先ほど示したように恒星の輝度は距離によらず等しいので、夜空の輝度はどこも恒星の輝度に等しいことになる。恒星の半径と光度が太陽に等しいならば、夜空の輝度は太陽の輝度に等しく、夜空は太陽に覆われた場合と同じ明るさをもつことになる。太陽の視半径は約16分角（ $=0.0047$ ラジアン）に等しく、太陽を見込む立体角は $0.0047^2\pi$ ステラジアンに等しいので、地平線上の半球面（立体角 2π ステラジアン）は、

$$2\pi/(0.0047)^2\pi=9.1\times 10^4 \quad (3)$$

の数の太陽で覆われる。すなわち夜空（だけでなく昼間も）は約9万個の太陽で覆われた場合と同じ明るさをもつことになり、現実の昼間の約9万倍明るいことになる。これがオルバースのパラドックスである。

3. パラドックス回避の説

3-1 パラドックスの由来

オルバースのパラドックスを世に広めたのは、ドイツのアマチュア天文家で眼科医のH. W. M. Olbers (1758~1840年)である。彼は1823年にドイツの『1826年版天文年鑑』に載った「宇宙の透明度」と題する小論においてこのパラドックスを論じた¹⁾。そして、この小論が英語やフランス語等に翻訳されて広まった。その後、宇宙論の研究で有名なオーストリアのH. Bondi (1919年~)が1940年代にこのパラドックスを「オルバースのパラドックス」と名付けたのである。

しかし、このパラドックス自体はすでに17世紀に知られていた。たとえば惑星運動に関するケプラーの法則の発見で有名なドイツのJ. Kepler (1571~1630年)は、1610年、イタリアのG. Galilei (1564~1642年)から送られた彼の著書『星界の報告』への返事の手紙の中で、このパラドックスの存在を指摘している²⁾。さらに、ハレー彗星の予言で有名なイギリスのE. Halley (1656~1742年)が1720年に発表した2編の小論の中でも、このパラドックスに言及している²⁾。万有引力の発見で有名なI. Newton (1643~1727年)も似たようなパラドックスを考察している。彼は同国の神学者R. Bentley (1662~1742年)から「恒星が一樣な空間密度で無限に広がっているならば、われわれがすべての恒星から受ける万有引力の大きさは無限大になってしまう」という問題を指摘されたからである³⁾。光の明るさと同様万有引力の大きさも逆2乗則に従うので、オルバースのパラドックスと同様な結論が導かれるのである。万有引力の大きさに関わるこのパラドックスは、後に(1895年)ドイツのH. von Seeliger (1849~1924年)が万有引力のポテンシャル・エネルギーが無限大になるという形で数学的に定式化したので、ゼーリガーのパラドックスと呼ばれる。なお、光と異なり万有引力には遮蔽効果が働かない。また、万有引力はベクトルなので、光と異なりその和を求める場合単に加算するのではなく、働く向きの違いを考慮して加えなければならない(事実Newtonは、ある向きに働く万有引力とそれとは逆向きに働く万有引力は大きさが等しいので、それらのベクトル和はゼロになり平衡が保たれる、とした)。さらに、後で述べるオルバースのパラドックスの回避説がゼーリガーのパラドックスには成り立たない場合がある。以下では、オルバースのパラドックスのみを論ずる。

オルバースのパラドックスは、スイスのJ. H. L. De Cheseaux (1718~51年)も論じている。前述の図1を用いたパラドックスの導出を行ったのは彼である⁴⁾。このように、オルバース以前にもこのパラドックスは論じられていた。

3-2 パラドックスの回避

現実の夜空は昼間の9万倍も明るいことはないで、オルバースのパラドックスの結論が間違っているのは明らかである。前章で挙げた①～③の前提からこの結論が論理的に導かれるのであるから、①～③の前提の内少なくとも1つは成り立たないことになる。そこで天文学者たちは、このパラドックスの回避のためにどの前提を否定すべきか、についていろいろ論じたのである。

なお、すでに述べたように、このパラドックスの導出には①～③の前提の他に明るさが逆2乗則に従うことも用いられており、逆2乗則を否定することにより、このパラドックスを回避しようとする説も主張された。たとえばE. Halleyは、「光は無限に小さく分割はできないので、非常に遠い距離では恒星の明るさは逆2乗則よりももっと大きい割合で減少する。その結果、ある程度以上遠い恒星の光はそれが束になっても感じなくなる。」と主張することでパラドックスを回避した²⁾。

しかし、明るさが逆2乗則に従うことはすでにJ. Keplerが理論的に導いており、E. Halleyの時代にはオランダのC. Huygens (1629～95年)により実験もされている⁵⁾。さらに、ある程度以上弱い光は束になっても感じない、という主張が成り立たないことは、E. Halleyの時代以前になされたG. Galileiによる観測からも言える。すなわち、G. Galileiは望遠鏡による観測で天の川が多数の恒星の集まりであることを発見したが、このことは(6等星よりも暗い)個々の恒星の光はわれわれには見えないが、それらの光の集合は天の川として認識できることを意味しているからである。現代的な知識から言えば、個々の原子や分子の放つ光をわれわれが認知することはできないが、その集合である物体全体から放たれる光は認知できるのである。E. Halleyの回避説が成り立たないことは、前掲の論文中でW. M. Olbersが指摘している。

3-3 前提①の否定による回避説

J. Kepler自身は宇宙が無限に広がるとする説に対する反対の論拠としてオルバースのパラドックスを持ち出した⁶⁾。すなわち彼は、前提①を否定し宇宙は有限であると主張することによりパラドックスを回避した。

しかし彼がこの回避説を唱えた当時から、この説は問題をはらんでいる、と考えられていた。それは宇宙が有限ならば境界が存在することになるが、その境界の外側はどうなっているのかという疑問が生じるからである。あるいはそもそも宇宙とはこの世に存在するすべてを意味するのに対して、その境界の外側に何かが存在していると主張することは自家撞着ではないか、ということである。この疑問は、一般相対性理論に基づく現在の宇宙モデルで解決されている。一般相対性理論によれば、(体積は)有限であるが境界のない宇宙が存在可能だからである。だが後述するように、逆に一般相対性理論に基づけば、たとえ宇宙が有限であってもパラドックスは回避できるとは限らない。いずれにせよ、J. Keplerはこの疑問に答えることができなかった。

前提①を否定し、なおかつこの疑問を避けることのできる説も18世紀以降唱えられた。すなわち、18世紀後半には天の川が円盤状に集まった恒星の集団である、という説がドイツの哲学者I. Kant (1724～1804)らにより理論的に唱えられ、天王星の発見で有名なイ

ギリスのF. W. Herschel (1738~1822年) により観測的にも唱えられた。これが現在われわれが銀河系と呼んでいるものであるが、この銀河系が宇宙に孤立して存在し、その外側は空虚で恒星は存在しない、とする説である (以後孤立宇宙説と呼ぶ)。孤立宇宙説では、J. Keplerの説と同様に恒星は有限の範囲に収まっているので、前提①が成り立たないことになりパラドックスを回避できる。しかも宇宙自身は無限に広がっていてもよい、としているので、宇宙の境界等の疑問も回避できる。この説は20世紀に入っても捨てられず、たとえば銀河系の構造の研究で有名なアメリカのH. Shapley (1885~1972年) も1917年にこの説を支持している⁶⁾。

しかし1920年代に入ると銀河系外にも銀河系と同等な銀河が多数存在することが次第に明らかになり、この説は廃棄された。この説は現在採用されている一様等方性の原理にも反する。一様等方性の原理とは「宇宙全体のスケールで見れば、その性質は場所や方向に依存しない」というものであるが、孤立宇宙説が成り立つならば、銀河系の中と外では恒星の有無の違いがあることになるからである。

3-4 前提②の否定による回避説

前提②を否定することによりオルバースのパラドックスを回避しようとする説も唱えられた。それは無限階層説と呼ばれるもので、I. Kantや同じくドイツのJ. Lambert (1728~77年) が17世紀後半に定性的に唱え、スウェーデンのC. V. L. Charlier (1862~1934年) が1920年代に定量的に唱えた⁷⁾。

この説によれば、宇宙は恒星が集まって銀河を形成し、銀河が集まって銀河団を形成し、銀河団が集まって超銀河団を形成し、超銀河団が集まって超々銀河団を形成する、という風に天体は次々と大きなスケールの集合を成しており、そのような階層構造が無限に続いている。そして*i*番目の階層の大きさを*R_i*とし、それが*N_i*個集まって次の階層を形成するとすると、次式の条件が成り立つとするのである⁸⁾。

$$\sqrt{N_i} < R_i / R_{i-1} \tag{3}$$

(3)式が成り立つと、夜空の明るさは有限に留まる。なぜなら、*i*番目の階層を構成する集団全体の光度を*L_i*とすると、逆2乗則からわれわれが*i*番目の階層全体から受け取る明るさは*L_i/R_i²*に比例するオーダーなので、夜空の明るさは、次式の*L_{sky}*に比例するオーダーになる。

$$L_{\text{sky}} = \sum_{i=1}^{\infty} L_i / R_i^2 \tag{4}$$

ここで

$$\begin{aligned} L_i &= L_{i-1} N_i = L_{i-2} N_{i-1} N_i = \dots \\ &= L N_1 N_2 \dots N_i \quad (L \text{は恒星の光度}) \end{aligned} \tag{5}$$

と書けるが、さらに変形して、

$$L_i = \frac{L}{R^2} \frac{N_1 R^2}{R_1^2} \frac{N_2 R_1^2}{R_2^2} \dots \frac{N_i R_{i-1}^2}{R_i^2} R_i^2 \quad (R \text{は恒星の半径}) \tag{5}$$

と書ける。一方、(3)式を変形すると、*k*を1以下の定数として、

$$\frac{N_i R_{i-1}^2}{R_i^2} < k \tag{6}$$

と書けるので、(5)式から、

$$L_i < (L/R^2) k R_i^2 \quad (7)$$

が成り立つ。(7)式を(4)式に代入すると、

$k < 1$ なので次式が導かれる。

$$\begin{aligned} L_{\text{sky}} &< (L/R^2) (k + k^2 + k^3 \dots) \\ &= (L/R^2) \{k / (1 - k)\} \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式は L_{sky} すなわち夜空の明るさが有限であることを示す。

無限階層説において、 i 番目の階層の平均密度を ρ_i とすると、

$$\frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} = \frac{N_{i+1} R_i^3}{N_i R_{i+1}^3} \quad (9)$$

が成り立つが、(6)式から導かれる次の不等式、

$$N_{i+1} < k R_{i+1}^2 / R_i^2 \quad (10)$$

を(9)式に代入すると、

$$\frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} < \frac{k}{N_i} \frac{R_i}{R_{i+1}} < \frac{R_i}{R_{i+1}} \quad (11)$$

が成り立つ。すなわち(3)式の条件は、階層が大きくなるにつれて平均密度が減少することを意味する。直観的に言えば、無限階層説では恒星が無限に広がっているにもかかわらず、遠い距離ほどその分布がまばらになるので、図2の右図のように視線方向が恒星にぶつかる可能性が低いのである。

無限階層説は一様等方性の原理に反する。観測的にも、超銀河団以上の階層構造は確認されていない。逆に1930年代には銀河団以上の構造が観測されなかったので、すたれていった。

3-5 前提③の否定による回避説

H. W. M. Olbers自身は前提③を否定することによりパラドックスを回避しようとした。すなわち彼は、恒星からの光はわれわれに達する間に減光する、と主張した。もちろんわれわれが受け取る恒星の明るさは、逆2乗則に従って遠い距離ほど弱くなるが、遠い距離ほどさらに強く減光するとしたのである。この場合、図1において各球殻に含まれる恒星全体による明るさは(2)式よりも小さい。定量的には、吸収・散乱により明るさは通過距離の指数関数に従って減光する。たとえば単位の距離を通過した場合 e^{-a} (e は自然対数の底)だけ減衰したとすると、その2倍の距離を通過した場合には e^{-2a} だけ減光する。したがって、夜空の明るさは、次式の L_{sky} に比例する有限な量になる。

$$\begin{aligned} L_{\text{sky}} &= 4\pi \Delta h \rho L (e^{-0.5a \Delta h} + e^{-1.5a \Delta h} + e^{-2.5a \Delta h} + \dots) \\ &= 4\pi \Delta h \rho L / (e^{0.5a \Delta h} - e^{-0.5a \Delta h}) \end{aligned} \quad (12)$$

これを吸収説と呼ぶことにする。厳密に言えば吸収説では前提③が否定されているわけではないが、遠い恒星ほど強く減光するので、遠い恒星ほど光度が小さくなることと同じ結果を生じることになり、前提③の否定の説に分類した。吸収説はすでにJ. H. L. De Cheseauxによっても唱えられている(彼自身は孤立宇宙説も同様に考えられる、としているが⁴⁾)。なお、J. H. L. De Cheseauxは宇宙空間に存在する物質(エーテル)の吸収に

よる減光を考えたが、H. W. M. Olbersは空間の伝搬自体による減光を考えた⁶⁾。

吸収説はH. W. M. Olbersが唱えてからほどなく反駁された。1840年代にエネルギー保存の法則が唱えられたが、1848年にJ. F. Herschel (1792~1871年)がこの法則に基づき吸収説に異論を唱えた⁹⁾。途中で光のエネルギーが吸収されるのなら、それは熱エネルギーに変換されるので吸収物質の温度は上昇する。その結果結局は吸収物質自身が吸収量と同量の光を放つことになり、われわれが受け取る明るさは減少しない、というのである。しかし当時は、光はエネルギーではないという見方もあり、必ずしも吸収説の決定的な欠陥とは受け取られなかった。それでも1850年代末には、光と熱がそれぞれエネルギーの一形態と認識されるようになり、吸収説は捨てられた⁴⁾。

3-6 膨張宇宙による回避

このようにオルバースのパラドックスの回避を目ざす既述の説はことごとく反駁された。現在一般に受け入れられている回避説は、宇宙の膨張に関係している。

1929年、E. P. Hubble (1889~1953年)は銀河の視線速度がその距離に比例するという観測結果(ハッブルの法則)を発表した¹⁰⁾。この結果は、宇宙空間自身がハッブルの法則に従う膨張を続けている、とする一般相対性理論に基づく宇宙モデルによってすでに予測されていた結果に一致したので、宇宙膨張を表すものとして受け入れられた。宇宙膨張の結果、オルバースのパラドックスを回避する2つの効果が生じる。

1つは膨張している宇宙では、時間を遡るほど宇宙は縮むことになり、ある時点で宇宙の密度は無限大になる。すなわち(古典物理学に基づいて議論すると)、 V と d をそれぞれ銀河の視線速度と距離とし H をハッブル定数とすると、ハッブルの法則は次式で表される。

$$V = Hd \tag{13}$$

ここで V が時間によらず各銀河が一定の速さで遠ざかっているものとする、過去に遡って各銀河がわれわれから出発した時間 t は(13式により、

$$t = d/V = 1/H \tag{14}$$

となる。ここで H は銀河の距離に依存しない定数なので、 t は銀河によらず同じ値をもつことになり、すべての銀河は $1/H$ 時間前に1点に集まっていたことになる。この時が宇宙の始まりであり、宇宙の年齢は $1/H$ と考えることができる。実際には物質間の重力により膨張は減速されるので宇宙の年齢は $1/H$ よりも短い、オルバースのパラドックスにとっては、宇宙に始まりのあることが本質的である。宇宙に始まりがあれば、宇宙の年齢 t よりも前には恒星は存在しないことになる。その場合には光の速さを c とすると、 ct 以上の距離にある恒星の光をわれわれが現在見ることはできない。それより遠い距離の恒星の光が現在見えるならば、その恒星は宇宙の年齢 t よりも過去に光を放ったことになるからである。すなわちわれわれが見ることのできる恒星の距離には上限 ct が存在することになる。これは前提①の否定(恒星の広がる空間は有限)と考えることもできるし、前提③の否定(恒星の光度は t 以前にはゼロ)と考えることもできる。いずれにせよ、宇宙の年齢が有限であること(以後宇宙年齢の有限性と呼ぶ)によりパラドックスは回避できるのである。

パラドックスを回避するもう1つの効果は、宇宙膨張により、われわれが受け取る恒星の明るさが逆2乗則よりも大きな割合で減少することである。すなわち、宇宙膨張に伴い恒星は正の視線速度をもつので、ドップラー効果によりわれわれが受け取るその波長 λ は、恒星から放たれた時の波長 λ_0 よりも延びる。これを赤方偏移といい、波長の延びの相対量 $(\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ を通常 z で表す。量子論によれば、その場合光のエネルギーは $1/(1+z)$ に減少する。さらに宇宙の膨張に伴い、われわれが光を受け取る時間間隔はその光を恒星が放った際の時間間隔の $(1+z)$ 倍になるので、その逆数分だけ明るさが減少する。結局、われわれが受け取る明るさは、逆2乗則に加えて $1/(1+z)^2$ だけ減少することになる。一方、相対論によれば、 $1+z$ は視線速度 V や光速 c と次の関係にある。

$$1+z = \sqrt{(c+V)/(c-V)} \quad (15)$$

したがって、膨張速度が c に近づくほど $1+z$ は無限大に近づき、明るさはゼロに近づくことになる。そして、視線速度が c になる距離以上の恒星の光は原理的に見えないことになる。このことは遠い距離の恒星ほど光度が減少するのと同じ効果を生じ、前提③の否定と考えることができる。このように宇宙膨張に伴うドップラー効果（以後光子エネルギー効果と呼ぶ）と時間間隔の延び（体積増加に伴う希釈効果と見なすこともでき、以後光子数効果と呼ぶ）の2つの効果によっても（以後合わせて膨張効果と呼ぶ）パラドックスは回避できる。

以上述べたように、ハッブルの法則に従う宇宙膨張に伴う宇宙年齢の有限性と膨張効果によりパラドックスは回避できるのである。なお、一般相対性理論に基づく正の曲率の有限体積の宇宙モデルであっても、A. Einstein (1879~1955年)が提案したような静止宇宙モデルではパラドックスは回避できない。宇宙を2回以上周回した星の光がわれわれに達することができるので、無限に恒星が広がっているのと同じことになるからである。

4. 記述の問題点

オルバースのパラドックスは通俗書にもしばしば記載されている。しかし、その記述に問題を含むものが少なくない。

たとえば、「このパラドックスを最初に気づいたのがW. M. Olbersである」と記述している本がいくつかある¹²⁾。すでに述べたように、Olbersはパラドックスを広めたのであって、もっと前からこのパラドックスは考えられていた。

これは歴史的記述の誤りであるが、もっと問題なのはパラドックスの回避の記述である。たとえば、「吸収量が足りないから」という理由で吸収説を否定しており、吸収説の正しい反駁の記述のない本が見られる⁷⁾。また、「宇宙膨張に伴う赤方偏移により可視光の光が電波領域に移って人間の目には見えない」ことでパラドックスが回避できる、としている本もある¹³⁾。赤方偏移で長波長に移ることではなく、放射のエネルギーが減少すること（光子エネルギー効果）により回避できるのである。

細かい話になるが、膨張効果が光子エネルギー効果と光子数効果から成ることを明確に述べている本は少ない。多くの本では、光子エネルギー効果のみを述べている¹⁴⁾。

また、宇宙年齢の有限性によってもオルバースのパラドックスが回避できることを述べ

表1 両効果の比較(全波長域の場合)

q_0	σ_0				
	0	0.01	0.1	0.5	1
For $z_f=3$					
+1	0.392/0.608	0.391/0.606	0.385/0.592	0.365/0.546	0.347/0.510
+0.5.....	0.424/0.666	0.423/0.663	0.414/0.643	0.388/0.584	0.366/0.538
0	0.469/0.750	0.467/0.746	0.454/0.714	0.416/0.631	0.388/0.573
-0.5.....	0.542/0.897	0.539/0.887	0.514/0.825	0.455/0.694	0.417/0.618
-1	0.750/1.386	0.723/1.305	0.627/1.048	0.512/0.789	0.456/0.677
For $z_f=6$					
+1	0.407/0.684	0.406/0.681	0.398/0.657	0.374/0.592	0.354/0.545
+0.5.....	0.441/0.754	0.440/0.749	0.429/0.715	0.397/0.631	0.373/0.575
0	0.490/0.857	0.487/0.849	0.470/0.795	0.426/0.680	0.396/0.611
-0.5.....	0.571/1.045	0.566/1.026	0.532/0.921	0.466/0.747	0.425/0.656
-1	0.857/1.946	0.786/1.622	0.651/1.170	0.523/0.845	0.464/0.717
For $z_f=12$					
+1	0.412/0.731	0.411/0.726	0.402/0.692	0.376/0.613	0.356/0.561
+0.5.....	0.447/0.808	0.445/0.800	0.433/0.753	0.399/0.652	0.375/0.591
0	0.497/0.923	0.494/0.910	0.475/0.837	0.429/0.703	0.398/0.627
-0.5.....	0.582/1.138	0.575/1.107	0.538/0.967	0.468/0.770	0.427/0.673
-1	0.923/2.565	0.804/1.784	0.657/1.223	0.526/0.868	0.466/0.734

減速パラメータ q_0 と密度パラメータ σ_0 および最初の銀河生成時の赤方偏移 z_f の種々の組み合わせに対する全波長域での銀河の背景放射量の比が示されている。分子は膨張宇宙に対する放射量で、分母は静的宇宙に対する放射量。銀河の光度は一定としている。多くの場合比は1/2程度で、膨張効果は放射量を1/2程度に下げる効果しか及ぼさないことを示す。

表2 両効果の比較(可視域の場合)

q_0	σ_0				
	0	0.01	0.1	0.5	1
$z_f=3$					
+1	0.917/2.454	0.916/2.447	0.911/2.390	0.893/2.206	0.873/2.058
+0.5.....	0.969/2.688	0.968/2.678	0.962/2.596	0.939/2.356	0.914/2.174
0	1.037/3.029	1.036/3.012	1.027/2.884	0.995/2.547	0.964/2.316
-0.5.....	1.132/3.621	1.130/3.583	1.116/3.331	1.068/2.804	1.026/2.496
-1	1.296/5.599	1.291/5.271	1.257/4.231	1.171/3.185	1.107/2.736
$z_f=6$					
+1	0.917/2.763	0.916/2.751	0.911/2.653	0.893/2.389	0.873/2.200
+0.5.....	0.969/3.044	0.968/3.025	0.962/2.887	0.939/2.547	0.914/2.320
0	1.037/3.462	1.036/3.430	1.027/3.212	0.995/2.748	0.964/2.467
-0.5.....	1.132/4.221	1.130/4.145	1.116/3.718	1.068/3.017	1.026/2.651
-1	1.296/7.859	1.291/6.552	1.257/4.726	1.171/3.411	1.107/2.897

表1と同じ表。ただし、全波長域ではなく、 $0.51\mu\text{m}$ の可視光での放射で比べている。銀河の光度は一定としている。多くの場合、比は1/3程度である。銀河の進化を考慮に入れた場合も、比は1/4程度にしか下がらない。

ていない本も多い³⁾。さらに、膨張効果と宇宙の有限性の両効果のどちらが定量的には効果が大きいかを述べた本は皆無と言ってよい。この点に関しては、P. S. Wessonたち¹⁵⁾やP. S. Wesson¹⁶⁾が一般相対性理論に基づく宇宙のフリードマン・ロバートソン・ウォーカーモデルにおいて減速パラメーターと密度パラメーターの現実的な値の範囲において、それぞれ全波長域の放射を加えた明るさと波長 $0.51\mu\text{m}$ の可視光での明るさを計算している(ただし、論文の題から伺えるように、恒星そのものによる明るさではなく、銀河による背景放射との関連で扱っている)。それらによれば、宇宙年齢の有限性の効果の方が圧倒的に大きい。そして膨張効果はそれが無い場合に比べて、全波長域ではその明るさを1/2程度(表1)、可視域では1/3~1/4ほど下げる効果しか及ぼさない(表2)。もっともこの結果は最近得られたものなので、それ以前に出版された本ではそこまで記述することはできないし、通俗書でそこまで記述する必要もないであろう。しかし、膨張効果の方を強調しているか宇宙年齢の有限性について言及しない本が多いことは問題である。それならばむしろ、宇宙年齢の有限性の方に言及している本¹⁷⁾の記述の方が望ましい。

以上指摘したように、すでに解決済みと一般的には考えられているオルバースのパラドックスの記述はまちまちで問題点も多い。

5. 考察

以上述べたように、オルバースのパラドックスはハッブルの法則に従う宇宙の膨張により回避された、と一般には考えられている。そして、宇宙の膨張に伴う複数の解決策がある。すなわち宇宙年齢の有限性によっても膨張効果によっても回避でき、膨張効果はさらに光子エネルギー効果によっても光子数効果によっても回避できる(膨張宇宙のモデルによっては回避できない場合もあるが)。さらに定量的には、宇宙年齢の有限性による効果が圧倒的に大きい。

しかし宇宙年齢の有限性の効果で本質的なことは、恒星の輝いている期間が有限なことである。実際、恒星の寿命は有限である。恒星の放射エネルギー源は核融合反応により解放される核エネルギーであり、単位質量当たりの解放量には限りがあるからである。したがって、定常宇宙論のように物質が創造されることがなければ、物質が恒星として輝くことのできる期間も有限である。すなわち、たとえ宇宙の年齢が無限で恒星が無限に様に広がっていたとしても、パラドックスは回避できる。恒星として輝くことのできる期間が有限なために、③の前提が成り立たないからである。定量的に考えて、宇宙全体の物質の平均密度を多めにとって宇宙の膨張が将来収縮に転じる場合の下限の密度(臨界密度) ρ_{cr} に等しいとしよう。 ρ_{cr} に対して次式、

$$\rho_{cr} = 3H^2/8\pi G \quad (16)$$

(G は万有引力定数)が成り立つので、 H として大きめの値 100km/s/Mpc を代入すると、 $\rho_{cr} = 1.9 \times 10^{-26} \text{kg/m}^3$ となる。これがすべて ^1H から成るものとすれば、それが核融合反応で解放されるエネルギーの上限は ^1H と ^{56}Fe の間の質量欠損 Δm に対応するエネルギーで、静止エネルギー Δmc^2 の0.89%である。すなわち、宇宙のすべての物質が起こした核融合反応により解放されたエネルギーが放射エネルギーに変換したとしても、放射エネルギー

密度の値は大きく見積もっても $1.5 \times 10^{-11} \text{J/m}^3$ である。一方、もしもオルバースのパラドックスが成り立って、夜空が太陽で覆われるほどの明るさをもつならば、太陽の表面温度を6000Kとしてその放射エネルギー密度は 0.98J/m^3 となる。この放射エネルギー密度は先ほどの値の 6.5×10^{10} 倍もある。言い換えれば、宇宙の物質の平均密度が現在の 6.5×10^{10} 倍以上ないと6000Kの放射で夜空を満たすことはできないわけで、夜空が暗いのは物質(恒星)の空間密度が非常に低いため、とすることができる。

このように、オルバースのパラドックスの回避には、宇宙の膨張を持ち出す必要はなく、たとえ宇宙の年齢が無限で恒星が無限に広がっており、宇宙が膨張していなくても、恒星の寿命が有限で空間密度が低いことで説明できるのである。実はこのことは、すでに指摘されているが¹⁸⁾、あまり知られていないようである。

しかし、宇宙の年齢が無限なのに恒星の年齢が有限な場合には、現在恒星が輝いている理由の説明が必要になる。宇宙が無限の過去から存在しているならば、有限な寿命の恒星はすでに輝きを終えている可能性が高いからである。言い換えれば、ある任意の時点で多数の恒星が輝いている確率はゼロになるからである。一方、宇宙の年齢が有限で、ある時点で始まったとする現在の宇宙論によれば、恒星も必然的にある時期以降に輝き始めたことになり、恒星の寿命が宇宙の年齢よりも極端に短くなければ、上述の疑問は生じない。その意味では、宇宙年齢の有限性に導く宇宙の膨張がパラドックスを解決した、とすることができよう。さらに、物質の現在の平均密度が低いことも、宇宙膨張の結果として説明できる。

オルバースのパラドックスの話は、パラドックスの成立条件についても示唆を与えてくれる。2章のパラドックスの導出を見てわかるように、現在の知識をもっていればこのパラドックスを考えつくのはそれほど難しいことではない。しかし、星が無限に広がって光り輝いているということが一般に認識されるようになった16世紀後半以降、このパラドックスを真面目に取り上げた学者は少ない。それは当時①～③の前提とも確認された訳ではないので、どれかが成り立たないであろう、と楽観視されていたこともあるであろう。しかしそれと同時に、パラドックスを回避するものとして提案された諸説が示しているように、逆2乗則とかエネルギー保存則などが光にも適用できるという認識が足りなかったもので、このパラドックスの導出の妥当性そのものが疑われていたこともあると思われる。パラドックスとしての認識は理論の発展に依存するのである。

このようにオルバースのパラドックスはいろいろ示唆をあたえてくれる話である。

参考文献

- 1) H. W. M. Olbers, "Über die Durchsichtigkeit des Weltraums", *Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1826* (Berlin, 1823), pp. 110–121, 1823.
- 2) M. Hoskin, "Stukey's Cosmology and the Newtonian Origins of Olbers' Paradox", *Journal of the History of Astronomy*, Vol. 16, pp. 77–112, 1985.
- 3) R. Berendzen, R. Hart, and D. Seeley著, 高瀬文志郎, 岡村定矩訳, 銀河の発見, 地人書館(1980).
- 4) F. J. Tipler, "Johann Mädler's Resolution of Olbers' Paradox", *the Quarterly Journal of*

- the Royal Astronomical Society, Vol. 29, pp. 313-325, 1988.
- 5) F. Dannemann著, 安田徳太郎訳・編, 新訳ダンネマン 大自然科学史 第5巻, 三省堂 (1978).
 - 6) E. R. Harrison, "The Paradox of the Dark Sky", Mercury, July-August, pp. 83-101, 1980.
 - 7) 荒木俊馬著, 宇宙物理学, 恒星社厚生閣 (1970).
 - 8) 佐藤文隆・原哲也著, 宇宙物理学 (朝倉現代物理学講座13), 朝倉書店 (1983年).
 - 9) J. F. Herschel, The Edinburgh Review, Vol. 87, p. 170, 1848.
 - 11) E. P. Hubble, "A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae", Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America, Vol. 15, pp. 168-173, 1929.
 - 12) たとえば, 早川幸男著, 進化する宇宙 (ブルーバックスB-133), 講談社 (1969年).
 - 13) G. B. Field, C. Ponnampetura, and G. L. Verschuur著, 佐藤文隆, 高原まり子訳, 進化する宇宙II, サイエンス社 (1984年).
 - 14) たとえば, 米山忠興著, 教養のための天文学講義, 丸善 (1998年).
 - 15) P. S. Wesson, K. Valle, and R. Stabell, "The Extragalactic Background Light and a Definitive Resolution of Olbers's Paradox", The Astrophysical Journal, Vol. 317, pp. 601-606, 1987.
 - 16) P. S. Wesson, "Olbers's Paradox and the Spectral Intensity of the Extragalactic Background Light", The Astrophysical Journal, pp. 399-406, 1991.
 - 17) たとえば, 佐藤文隆著, ピッグバン (ブルーバックスB-564), 講談社 (1984年).
 - 18) たとえば, M. Rowan-Robinson著, 小尾信彌, 米山忠興, 江里口良治訳, 宇宙論, 丸善 (1980年). 6) では具体的な数値も挙げながら説明している.

(平成11年11月4日受理)