

# 論文内容の要旨

放送大学大学院文化科学研究科  
文化科学専攻自然科学プログラム  
2015年度入学  
(学生番号) 151-700012-2

ふりがな      たかはし      ひろひさ  
(氏名)      高橋      浩久

1. 論文題目 \*英文の場合は( )を付して和訳を併記すること。

**Landau Level Spectroscopy by Optical Angular Momentum**

(光角運動量によるランダウ準位分光)

2. 論文要旨

光は電場と磁場が振動しながら進行する波であり、電磁波の一種である。電場方向を偏光方向と定義するとき、偏光方向が一定方向に振動する直線偏光や、回転している円偏光などの形態が有り得る。特に、円偏光には、右円偏光と左円偏光が存在し、量子論的にはスピン角運動量が $\pm 1$ であるような二つの状態に対応する。なお、光には縦波が無いためにスピン0の状態は存在しない。このように、光がスピン角運動量を運ぶということは、1909年のポインティング(Poynting)の指摘以来、よく知られた光の性質となっている。一方、アレン(Allen)らによって、光が物体にトルクを与える軌道角運動量も運ぶこと可能であることが指摘されたのは、およそ100年後のことであった。このような光は渦状の電場分布を形成することから、光渦(Optical Vortex、OV)と呼ばれている。その後、この光渦の軌道角運動量を活用しようという研究が活発になされている。

しかしながら、光の軌道角運動量が、電氣的遷移を通じてどのように選択則に影響するのかという問題は未だよく分かっていない。特に、バビカー(Babiker)

らは、電氣的遷移の中で一般に最も寄与が大きい電気双極子遷移において、光の軌道角運動量は原子や分子の内部運動には寄与できず、重心運動に対してのみ寄与し得るという強い制限があることを 2002 年に示した。実際に原子内電子について、電気四重極遷移での光軌道角運動量の転移は実験的に確認されているものの、電気双極子遷移の報告は未だに為されていない。

光の軌道角運動量が電気双極子遷移では重心運動にしか寄与しないとすると、最もシンプルな発想として、自由電子による光渦の吸収過程をまず思いつく。しかし、この過程では、エネルギー保存則と運動量保存則を同時に満たせないことから、光渦に限らずどんな光も自由電子には吸収されないことが知られている。すなわち、何らかの形で束縛されている電子を考えなければならない。

これらの 2 つの困難を乗り越えるために、強磁場下に置かれた 2 次元電子系が良い候補であると考えた。強磁場下 2 次元電子ガスは、サイクロトロン運動（磁束周りの回転運動）のために、ランダウ準位と呼ばれる離散的なエネルギー準位を持つ。特に、2 次元電子ガスが軸対称性を持つなら、電子軌道角運動量が良い量子数となり、電子角運動量がランダウ準位の指標として現れる。したがって、この電子系は何らかの角運動量を吸収することによって励起することができる。そこで、我々は、本研究では、強磁場下に置かれた電子間相互作用のない 2 次元電子ガスに、これらの概念が適用できるのかどうかを確かめるべく理論的研究を遂行した。特に、2 次元電子ガスに光軌道角運動量を持つ光渦ビームを照射した際の光学伝導度（誘導電流）とその選択則がどのようなになるかを理論的に議論した。

本論文の構成は以下のようになっている。「Chapter 1 Introduction」において、上記のようなこれまでの先行研究と知られた問題点について概観した。

光は電磁波であるためにベクトルポテンシャルで記述されるが、「Chapter 2 Optical Vortex」において、円偏光ベッセルモード光渦の導出とその物理的性質

について概観した。「Section 2.1」において、光の基本方程式であるヘルムホルツ方程式を導出した後、そのヘルムホルツ方程式から軌道角運動量自由度を持つスカラー解を導く。このスカラー解は光渦の動径方向の強度分布を表し、ベッセル関数で表される。これがベッセルモード光渦と呼ばれる所以である。次に、円偏光も併せ持つ光渦を記述するためにスカラー解をベクトル解に拡張した。この円偏光光渦（ヘルムホルツ方程式のベクトル解）は、全角運動量  $J$ （＝軌道角運動量  $l$ ＋スピン  $\sigma$ ）が良い量子数になっていて、軌道角運動量とスピンのそれぞれはそうになっていない。そこで、光軌道角運動量の寄与をスピンとは別に調べるためには、近軸近似と呼ばれる光の進行方向と光学系の光軸とのずれが小さいという近似を行うことが非常に重要である。そのために近軸近似をヘルムホルツ方程式のベクトル解に適用した。またさらに本章で、光渦の特徴である光軸上で光強度が 0 になる位相特異点と明環、暗環について述べた。「Section 2.2」では、電場、磁場、ポインティングベクトル等の光渦の物理的性質についても述べた。

「Chapter 3 Two Dimensional Electron Gas」では、強磁場下 2 次元電子ガスの諸性質を概観した。まず、「Section 3.1」で磁場中の電子の古典的運動について述べた後、「Section 3.2」で、これを量子論的に扱い、角運動量自由度も持つランダウ準位と電子存在確率分布を与える波動関数を得た。「Section 3.3」でランダウ準位のエネルギー縮退の構造を調べ、ランダウ準位の持つエネルギー縮退度が試料のサイズで決まることを確かめた。その結果よりフィリングファクター（充填率）を定義することができる。「Section 3.4」において、単位エネルギーあたりの固有状態の数を表す状態密度がどのように与えられるかを見た後、「Section 3.5」では、実際の測定で重要になるサイクロトロン運動と有効質量の関係性についての議論を行った。「Section 3.6」で、強磁場下 2 次元電子系の量子論的描像を半古典論的描像に結び付けるのに重要なコヒーレント状態に

について述べた。強磁場下 2 次元電子系のコヒーレント状態は変位演算子により  
ガウス波束を任意の場所に移動させることによって得られるが、このコヒー  
レント状態を系全体にわたって重ね合わせると、サイクロトロン運動による (微小)  
円電流が隣接する (微小) 円電流と打ち消し合うためにバルク内電流は消失し、  
試料の端に局所化することを見た。

「Chapter 4 Landau Level Spectroscopy by OV」において、本研究の柱であ  
る強磁場下 2 次元電子ガスへの円偏光ベッセルモード光渦ビームの照射による  
電流誘起とその選択則について議論した。「Section 4.1」で円盤上に分布する強  
磁場下 2 次元電子ガスの性質を簡単におさらいし、「Section 4.2」において、電  
気双極子遷移における光渦誘導電流の表式を得た。光渦と物質との相互作用が  
比較的弱いために摂動として取り扱えると考えて、光渦誘導電流を久保の線形  
応答理論により求めた。またさらに、この光渦吸収過程により電流が誘起される  
ための選択則を求めた。このとき、光渦軌道角運動量を  $\ell$ 、そのスピンを  $\sigma$  と表  
すと、通常の円偏光に対応する  $\ell = 0$ 、 $\sigma = 1$  の状態だけでなく、 $\ell = 2$ 、 $\sigma = -$   
 $1$  の光渦特有の状態が吸収されることが示された。また、「Section 3.6」での議  
論と同様、バルクを流れる光渦誘導電流は打ち消し合いのために消失し、結局、  
光渦誘導電流は試料端に局在化することが示される (Appendix F も参照のこと)。  
さらに、光渦の暗環が系の端と一致する時には、電流が誘起されないという結果  
を得た。この現象は、光学系を変更することなく、化学ポテンシャルをランダウ  
準位間のギャップ内に保ちながら磁場の強さを変えることで実証可能である。  
ただし、ランダウ準位間のギャップが磁場とともに変化するため、エネルギー保  
存則により、光渦の波長をサイクロトロン共鳴 (ランダウ準位間の遷移) が起こ  
るように調整する必要があることには注意を要する。次に、「Section 4.3」にお  
いて、光渦誘導電流によって誘起される磁化について議論した。光渦誘導電流を  
端円電流のみが荷っているならば、その端円電流によってのみ誘導磁化を生じ

るはずである。電流誘起磁場を記述するベクトルポテンシャルが内部電流と端（表面）電流からの寄与に分離できることを見ることによって、我々はこのことを確かめた。その結果、光渦誘導磁化の磁場依存性は、光渦誘導電流と同じ振る舞いを示すことが示唆される。すなわち、光渦誘導電流が光渦の暗環と試料端が一致した時に消失するならば、この光渦誘導磁化も消失するであろうことが予測される。

「Chapter 5 Proposal of Experimental Scheme」では、我々の帰結を実験的に確かめるための方法を提案した。まず、「Section 5.1」において、光渦を生成法について紹介した。Chapter 4 では、試料中には当然含まれる不純物や電子スピンを考慮しない理想的な状況を考えてきたが、「Section 5.2」においては、不純物やスピンがある場合の実験への影響を議論した。「Section 5.3」で、我々の帰結を確認するための具体的な実験設定について述べた。

なお、「Appendix H Multipolar Transitions by OV」では、より一般的な視点から我々の理論を確かめるために、光渦の双極子結合から多極子結合への一般化を試みたことを特記しておきたい。一般的な相互作用の形は、ミニマル結合と呼ばれ、電流とベクトルポテンシャルの積で与えられる。「Section H.1」において、電流ベクトルと光渦ベクトルポテンシャルを多極子展開することで、多極子遷移を取り扱い可能な表式を得た。この結果、系の対称性を基に電流分布が分かれば、その対称性に応じた双極遷移を超える光渦吸収の選択則が得られることになる。特に、例として、「Chapter 4」の我々のモデルに相当する電流分布を仮定した際、我々の「Chapter 4」の結果と全く等価な選択則が得られることを「Section H.2」で示した。

# Abstract

The School of Graduate Studies,  
The Open University of Japan

Hirohisa Takahashi

## Landau Level Spectroscopy by Optical Angular Momentum

A light is a kind of electromagnetic waves which travels while oscillating the electric field and magnetic one. When a polarization direction is defined by the direction of the electric field, there are various forms of polarization, such as a linear polarization whose direction is in given direction, and a circular polarization whose direction is rotating in the plane perpendicular to traveling direction, among the other things. In particular, the circular polarization has a handedness, which corresponds to a spin state of light in quantum mechanics. Also, whereas the spin state of light can take only two states, which labeled by integers  $\pm 1$ , the spin state 0 (corresponds to the longitudinal oscillation of electric field) is non-existence. Since Poynting's suggestion in 1909, it has well been known that the circularly polarized light carries spin angular momentum equal to  $\pm \hbar$  per a photon. Furthermore, after about a century, it was suggested that a light can also carry an orbital angular momentum, which can apply a torque to a material particle, in addition to spin angular momentum by Allen *et al.* Because such a light forms a vortex-shaped electric field distribution, it is called optical vortex (OV). Since then, the application of the orbital angular momentum of light has actively been studied.

However, whether the orbital angular momentum affects any spectroscopic selection rules via optically induced electronic transitions is still an open question. In 2002, Babiker *et al.* stated that an exchange of the optical orbital angular momentum does not occur in an electric dipole

transition, which is known as the dominant transition, in atoms and molecules and that the optical orbital angular momentum is transferred only to the center-of-mass motion. In fact, it is known that, although transferring of the orbital angular momentum to atomic electrons from the optical vortex beam via the electric quadrupole transition was reported, the electric dipole transition has not been reported.

If the optical orbital angular momentum contributes only to the center-of-mass motion in the electric dipole transition, an absorption process of a photon by a free electron comes to us as the simplest idea. However, such processes are forbidden not only to the optical vortex photon, but also to any photons, because both the energy conservation and the linear momentum one are not satisfied. Therefore, a bounded electron must be considered.

To avoid these two difficulties, it is naturally expected that two-dimensional electron gas is good candidate. The two-dimensional electron gas under the magnetic field has discretized energy spectrum, so-called Landau level, because of its cyclotron motion. Also, if the electron system has an axial-symmetric distribution, the orbital angular momentum becomes a good quantum number and the Landau level depends on it. Therefore, this electron system can be excited by absorption of an angular momentum. For these reasons, in this dissertation, we performed the theoretical investigations to confirm if these concepts are applicable to a non-interacting two-dimensional electron gas under a magnetic field. In particular, we investigated the optical conductivity (induced photocurrent) and the selection rules by irradiating the two-dimensional electron gas in the magnetic field with the circularly polarized Bessel-mode optical vortex beam.

This dissertation is organized as follows. In Chapter 1 “Introduction”, we described the previous studies and the known issues as outlined above.

Since a light is an electromagnetic wave, it is described by a vector potential. In Chapter 2 “Optical Vortex”, we reviewed the derivation and the physical properties of a circularly polarized Bessel-mode optical vortex beam. In Sec. 2.1, after the derivation of the fundamental equation of lights, namely, Helmholtz equation, we derived the scalar solutions possessing a degree of freedom of orbital angular momentum from the Helmholtz equation. This scalar solution describes the intensity profile in the radial direction, which is described by a Bessel function. This is the origin of the name of the Bessel-mode optical vortex. After that, to describe the circularly polarized light, we generalized the scalar solutions to the vector solutions. In the vector solutions of the Helmholtz equation, the good quantum number is not the orbital and

spin angular momentum but rather the total angular momentum. The paraxial approximation, where the light ray propagates almost along the optical axis, is crucial separately to conserve the orbital and spin angular momentum of light. Then, we applied the paraxial approximation to the vector solution of the Helmholtz equation. Furthermore, we described the remarkable features of optical vortex: the phase singularity and the annular distribution. In Sec. 2.2, we outlined the physical properties of the optical vortex beam: the electric field, the magnetic one, the Poynting vector, and the energy density.

In Chapter 3 “Two Dimensional Electron Gas”, we reviewed the two dimensional electron gas under the strong magnetic field. First, after we described the classical motion of the electron in the magnetic field in Sec. 3.1, we treated it in quantum mechanical framework. Then, in Sec. 3.2, we derived the Landau levels with the degree of freedom of orbital angular momentum and its wavefunction. In Sec. 3.3, we saw the structure of energetic degeneracy of Landau levels. Its degeneracy is determined by a system size. Thus, a filling factor is defined. In Sec. 3.4, we saw the density of states for two-dimensional electron gas in the magnetic field, which describes the number of states per unit energy and per unit volume. After that, we saw the relation between the effective mass, which plays important role in measurements, and cyclotron motion in Sec. 3.5. In Sec. 3.6, we described the coherent states of two-dimensional electron gas in the magnetic field, which plays crucial role to translate its quantum picture to its classical one. The coherent states are given by the displacements of a Gauss wave packet to arbitrary positions by a displacement operator. We saw that the superposition of the coherent states over the whole system results in the absence of bulk currents due to the cancelation of the cyclotron (micro) circular currents and the localization near the edge.

Chapter 4 “Landau Level Spectroscopy by OV” is a central thesis of this dissertation. In this chapter, we discussed the induced photocurrent and the selection rules by irradiating the two-dimensional electron gas in the magnetic field with the circularly polarized Bessel-mode optical vortex beam. We devoted Sec. 4.1 to the brief review of two-dimensional electron gas on the circular disk geometry. If the interaction between the optical vortex beam and the electron is relatively weak, the OV-induced current can be treated by a perturbation theory. Thus, because Kubo’s linear response theory is applicable to our discussion, we obtained the expression the OV-induced currents in the electric dipole transition by the linear response theory.



Moreover, we also obtained the selection rules to induce the photocurrent by the absorption processes of optical vortex photon by the electron. When the orbital angular momentum of light and the spin one are denoted by  $\ell$  and  $\sigma$ , respectively, we obtained two possible combinations:  $\ell = 2$  and  $\sigma = -1$  or  $\ell = 0$  and  $\sigma = 1$ . While the case with  $\ell = 0$  and  $\sigma = 1$  corresponds to the well-known optical transitions by the circularly polarized light, the case with  $\ell = 2$  and  $\sigma = -1$  is a characteristic result due to the optical orbital angular momentum. Similar to the discussion in Sec. 3.6, we demonstrated that the optically induced current is localized near the edge of the sample due to the cancellation of OV-induced currents flowing in the bulk of system (also see Appendix F). Besides, we demonstrated that the photocurrent disappears when the dark rings of the Bessel beam coincide with the edge of the sample. This phenomenon can be measured by varying magnetic field with keeping the chemical potential in the energy gap of Landau levels and without modification to the optics system. We here note that, since the energy gap between each Landau level varies with the strength of the magnetic field, we need to tune the wavelength of vortex beam to induce the cyclotron resonance (the excitation between each Landau level) due to the energy conservation. In Sec. 4.3, we discussed the magnetization induced by OV-induced current. If the OV-induced current is carried by only the edge (circular) current, the orbital magnetization can be induced by the edge circular current. To see this, we saw that the vector potential describing a magnetic field induced by an electric current is separately contributed from a bulk current part and an edge (surface) one. Thus, it suggests that the magnetic field dependence of the OV-induced orbital magnetization would behave in the same behavior as the OV-induced current. Thus, it is expected that the orbital magnetization also disappears when the dark rings of the beam coincide with the edge of the sample.

In Chapter 5 “Proposal of Experimental Scheme”, we proposed the possible experimental scheme to confirm our consequences. First, we devoted Sec. 5.1 to give an introduction to the generation of optical vortex beams. Since we have assumed the ideal situation, impurity-free and spinless model in Chapter 4, we discussed the influence of disorders and the electron spin to experiments in Sec. 5.2. In Sec. 5.3, we described the examples of the possible experimental setup to confirm our consequences.

We here special mention that, to check the present theoretical scheme from more general viewpoints, we generalized the dipole coupling scheme to general multipolar couplings in Appendix H “Multipolar Transitions by OV”.

Generally, the interaction of a matter with an electromagnetic field is described by a minimal-coupling which is given by the inner product of a current operator and a vector potential. In Sec. H.1, by the multipolar expansion of the current operator and the vector potential of the optical vortex, we obtained the general expressions for the multipolar transitions. When we know the symmetry of materials, we may assume the current distributions. Then we can know the spectroscopic selection rules beyond the dipole transition. As an example, when we assume the current distribution corresponds to our model in Chapter 4, we confirmed the present results by regarding the dipole coupling as the special case.

# 博士論文審査及び試験の結果の要旨

## 学位申請者

放送大学大学院文化科学研究科  
文化科学専攻自然科学プログラム  
氏名 高橋 浩久

## 論文題目

Landau Level Spectroscopy by Optical Angular Momentum (光角運動量によるランダウ準位分光)

## 審査委員氏名

- |                       |        |
|-----------------------|--------|
| ・主査 (放送大学教授 博士 (理学))  | 岸根 順一郎 |
| ・副査 (放送大学教授 博士 (理学))  | 石崎 克也  |
| ・副査 (放送大学准教授 博士 (工学)) | 葉田 善章  |
| ・副査 (茨城大学准教授 博士 (理学)) | 佐藤 正寛  |

## 論文審査及び試験の結果

スピンだけでなく軌道角運動量を持つ光である「光渦」が存在し、実験的にも比較的容易に生成できるという事実は1992年にAllenらによって指摘され、物理光学の分野にセンセーションを巻き起こした。光が軌道角運動量を運ぶということは、光と物質の相互作用についての従来の結果が本質的に変更を受ける可能性がある。この可能性は光渦研究の初期から探求されたが、ミクロな相対運動の自由度と光渦が結合し得ないことが指摘され、悲観的に受け止められるようになった。本論文は、この状況を救う一つの方法を理論的に提案したものである。独創的な着眼点として、相互作用のない自由電子系で、しかもエネルギー準位が離散化されているランダウ量子化系に着目したことが本論文の最重要点である。

本論文では、ランダウ量子化状態にある電子によって光渦が吸収され得ること、および個の吸収の選択則に光渦ならではの軌道角運動量が直接反映することを始めて指摘した。この成果は査読付き論文[H. Takahashi, I. Proskurin, and J.

Kishine, Landau Level Spectroscopy by Optical Vortex Beam, J. Phys. Soc. Jpn 87, 113703 (2018)]として公表済みである。今回の結果は、光と物質の相互作用についての新しい知見を与えるものであり、さらに実験的な実証につながる可能性がある。この意味で、博士論文の内容として十分な学術的内容を含むと判断される。

論文審査会では、本論文の内容が持つ学術的新奇性およびオリジナリティについて審査員全員の合意が得られた。また、本論文においては予備論文審査会で指摘された問題点をすべて取り入れた改訂がなされたことが確認された。以上のことを考慮して、審査員一同は本論文が博士論文にふさわしいものであると認定した。